Математическое ожидание случайной величины X (обозначается $M(X)$ или реже $E(X)$) характеризует среднее значение случайной величины (дискретной или непрерывной). Мат. ожидание - это первый начальный момент заданной СВ.

Математическое ожидание относят к так называемым **характеристикам положения** распределения (к которым также принадлежат мода и медиана). Эта характеристика описывает некое усредненное положение случайной величины на числовой оси. Скажем, если матожидание случайной величины - срока службы лампы, равно 100 часов, то считается, что значения срока службы сосредоточены (с обеих сторон) от этого значения (с тем или иным разбросом, о котором уже говорит дисперсия).

Формула среднего случайной величины

Математическое ожидание дискретной случайной величины X вычисляется как сумма произведений значений x_i, которые принимает СВ X, на соответствующие вероятности p_i:

$$M(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i.$$

Для **непрерывной случайной величины** (заданной плотностью вероятностей $f(x)$), формула вычисления математического ожидания X выглядит следующим образом:

$$M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot x dx.$$

Пример нахождения математического ожидания

Рассмотрим простые примеры, показывающие как найти M(X) по формулам, введеным выше.

Пример 1. *Вычислить математическое ожидание дискретной случайной величины X, заданной рядом:*

$$\begin{array}{cccccc} x_i & -1 & 2 & 5 & 10 & 20 \\ p_i & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.1 \end{array}$$

Используем формулу для м.о. дискретной случайной величины:

$$M(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i.$$

Получаем:

$$M(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i=-1 \cdot 0.1+2 \cdot 0.2+5 \cdot 0.3+10 \cdot 0.3+20 \cdot 0.1=6.8.$$

Вот в этом примере 2 описано также нахождение дисперсии X.

Пример 2. *Найти математическое ожидание для величины X, распределенной непрерывно с плотностью* $f(x)=12(x^2-x^3)$ *при* $x\in(0,1)$ *и* $f(x)=0$ *в остальных точках.*

Используем для нахождения мат. ожидания формулу:

$$M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\cdot x dx.$$

Подставляем из условия плотность вероятности и вычисляем значение интеграла:

$$M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\cdot x dx=\int_{0}^{1} 12(x^2-x^3)\cdot x dx=\int_{0}^{1} 12(x^3-x^4) dx=$$

$$=\left.(3x^4-\frac{12}{5}x^5)\right|_0^1=3-\frac{12}{5}=\frac{3}{5}=0.6.$$